
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
Academic Session 2008/2009

November 2008

ZCT 210/4 – Complex Analysis and Differential Equations
[Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan]

Duration: 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please ensure that this examination paper contains **FOUR** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

Instruction: Answer all **SIX** questions. Students are allowed to answer all questions in Bahasa Malaysia or in English.

Arahan: Jawab semua **ENAM** soalan. Pelajar dibenarkan menjawab semua soalan sama ada dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris.]

...2/-

- 2 -

1. Consider the following complex number:
 [Pertimbangkan nombor kompleks yang berikut:]

$$z = \frac{13(2-i)}{-3-2i}$$

- (a) Express z in the form of $z = x + iy$.
 [Nyatakan z dalam bentuk $z = x + iy$.]

(15/100)

- (b) Evaluate $z^{1/3}$ and express these roots to 4 decimal places. Then, plot these three distinct cube roots of z on the complex plane. Label your axes.
 [Nilaiakan $z^{1/3}$ dan nyatakan punca-punca tersebut kepada 4 tempat perpuluhan. Kemudian, lakarkan tiga punca yang berbeza bagi z dalam satah kompleks. Labelkan paksi-paksi satah kompleks.]

(75/100)

- (c) Evaluate $\ln(z)$.
 [Nilaiakan $\ln(z)$.]

(10/100)

2. (a) Evaluate the following integral using the integration by path representation:
 [Nilaiakan kamiran yang berikut menggunakan kamiran dengan perwakilan lintasan:]

$$\oint_C \left(z - \frac{1}{z} \right) dz; \quad C: |z| = 1; \quad \text{anti-clockwise orientation}$$

(50/100)

- (b) Evaluate the following integral:
 [Nilaiakan kamiran yang berikut:]

$$\oint_C \frac{z^2 - 4}{z^2 + 4} dz; \quad C: |z - i| = 2; \quad \text{anti-clockwise orientation}$$

(30/100)

...3/-

- (c) Evaluate the following integral:
[Nilaikan kamiran yang berikut:]

$$\oint_C \frac{z^2}{z+4} dz; \quad C: |z+i|=2; \quad \text{anti-clockwise orientation}$$

(20/100)

3. (a) Consider the following complex function:
[Pertimbangkan fungsi kompleks yang berikut:]

$$f(z) = \frac{z^2}{(z^2+1)(z^2+4)}$$

- (i) Determine all the singular points of $f(z)$.
[Tentukan kesemua titik singular bagi $f(z)$].

(12/100)

- (ii) All of the singular points in (i) are of type pole. Determine the order of each of these poles. Next, determine the residue of $f(z)$ at each of these poles.
[Kesemua titik singular dalam (i) adalah dari jenis kutub. Tentukan darjah bagi setiap kutub tersebut. Kemudian, tentukan pula reja bagi $f(z)$ pada setiap kutub tersebut.]

(48/100)

- (b) Evaluate the following integral by applying the Residue Theorem. You may use results from part (a).
[Nilaikan kamiran yang berikut menggunakan Teorem Reja. Anda boleh menggunakan keputusan-keputusan yang diperolehi dari bahagian (a)].

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$$

(40/100)

...4/-

- 4 -

4. (a) Solve the given initial value problem:
[Selesaikan masalah nilai awal yang diberi:]

$$y' = \frac{y^2}{1-xy}, \quad y(0) = 1$$

(50/100)

- (b) Given a first order differential equation:
[Diberi satu persamaan pembezaan peringkat pertama:]

$$(e^{x+y} - 2y) dx + (x e^{x+y} + 2) dy = 0 \quad (1)$$

- (i) Show that (1) is not exact.
[Tunjukkan (1) tidak tepat.]

(10/100)

- (ii) Find a suitable integrating factor for (1).
[Cari satu faktor pengamir yang sesuai bagi (1).]

(20/100)

- (iii) Derive the general solution of (1).
[Terbitkan penyelesaian am bagi (1).]

(20/100)

5. Solve the following nonhomogenous second order differential equations:
[Selesaikan persamaan pembezaan peringkat kedua tak-homogen yang berikut:]

(a) $y'' - 4y' + 5y = 2 \cos x$

(50/100)

(b) $x^2 y'' + 3xy' + y = 6$

(50/100)

6. Solve the given differential equation by the Frobenius method.
[Selesaikan persamaan pembezaan yang diberi dengan kaedah Frobenius.]

$$4xy'' + 3y' + 2y = 0$$

(100/100)

- 000 O 000 -